

El Resultado es 0.4% ... (2) *

Los modelos matemáticos se formulan en papel, pero se procesan en un computador, calculadora o algún dispositivo electrónico (“cluster” de computadores y también estaciones de trabajo para modelos grandes, “mainframes” para modelos gigantescos, etc.). En este artículo se hará una muy breve discusión del error que ocurre cuando se hacen cálculos numéricos en el computador.



Cuando se almacena un número en el computador, se tiene una representación del mismo. En el caso de números enteros y números que tengan una cantidad limitada de decimales, la representación es exacta, puesto que la capacidad finita de la máquina es suficiente para representarlo de forma completa. Los números son infinitos (por ejemplo, entre 1 y 2 hay infinitos números) y las máquinas (por más grandes que sean) no lo son, de tal manera que no es posible representar de forma exacta todos los números, en el mejor de los casos, se tiene una representación aproximada de los mismos.

Como ejemplo se puede tomar el número π (la razón entre la longitud de un círculo y su diámetro: 3.1416..). Mediante diferentes algoritmos (unos más rápidos o “convergentes” que otros) es posible encontrar más y más decimales de este número, en la página webs.adam.es/rlllorens/pihome.htm se muestran 16,000 decimales y en esta misma página, aparecen enlaces a otras páginas en las que prometen hasta 5 millones de decimales. Es claro que una representación tan precisa es costosa en términos de recursos de cómputo y va mucho más allá de la que se utiliza en software comercial (hojas de cálculo, bases de datos, etc.).

Si bien es cierto que para propósitos prácticos unos cuantos decimales son suficientes, los números que se obtienen como resultado de un cálculo son el resultado del proceso que sobre la información de entrada se hace utilizando algún proceso de cómputo. Debido al proceso mismo, se pueden cometer errores al hacer operaciones entre números, de tal manera que el error resultante puede llegar a ser apreciable: como resultado de multiplicar o dividir dos números se puede obtener un número que tenga más decimales de los que se pueden representar en la máquina o de los que un software maneja, de tal manera que en la mayor parte de los casos, se hace un redondeo o truncamiento del resultado.

Recientemente hay software (más del ámbito científico que del comercial) que permite hacer operaciones algebraicas en el computador, es decir, un número como π o $\sqrt{2}$ se puede procesar sin necesidad de utilizar su representación decimal (3.141516... o 1.4142... respectivamente), con lo cual, se puede obtener un resultado algebraico, en último paso (el resultado del modelo matemático) consiste en pasar de esta representación a la representación numérica, el hecho de hacer la menor cantidad posible de operaciones numéricas disminuye el error del resultado.

Hay bastantes ejemplos del resultado de incurrir en errores numéricos no despreciables: de acuerdo a la página www.ima.umn.edu/~arnold/disasters/patriot.html el 25 de Febrero de 1991 un misil “Patriot” falló en interceptar un misil “Scud” en la guerra del golfo pérsico en Dharan, Arabia Saudita: el tiempo desde el despegue se calculó mal debido a un error de cómputo aritmético, el tiempo se calcula en décimas de segundo, la representación en el computador se limitó a 24 bits (unos y ceros, la cual es finalmente la representación de todo lo que maneja un computador) lo cual resultó en una “resolución” de 0.34 segundos (el modelo numérico no distinguió períodos inferiores a este tiempo) y dado que estos misiles viajan a 1676 metros por segundo, este error resulta ser mayor a medio kilómetro. En esta misma página se menciona la explosión del cohete Ariane 5 (valorado en US \$500 millones) y el hundimiento de una plataforma marítima (el evento se registró como un temblor 3.0 en la escala de Richter, dejando pérdidas por aproximadamente US \$700 millones) debido a otro tipo de errores de cómputo.

Es necesario tener una idea del error que se comete cuando se hace un proceso numérico, al menos estimar una cota superior para el mismo o tener un orden de magnitud. Una posibilidad es utilizar medios independientes que validen los resultados del modelo original, antiguamente los procesos se revisaban “a mano” con la ayuda de una calculadora (nosotros lo seguimos haciendo con todos los cálculos que hacemos) de tal manera que este proceso de verificación asegura que el error de cómputo que necesariamente siempre ocurre, está dentro de márgenes aceptables.

Conclusiones:

- ✚ Siempre que se hacen representaciones de números en el computador, estas son limitadas. Es así que tanto la representación misma, como el resultado de operaciones de cómputo que se hacen sobre los mismos, involucran en la mayor parte de los casos, errores numéricos.
- ✚ Cuando se hace un cómputo numérico es necesario medir el error en los resultados debido a la ejecución del proceso. Los algoritmos se pueden mejorar de tal manera que el error resultante (el cual siempre va a estar presente) sea muy pequeño y no le reste credibilidad al resultado.

* Rodrigo Silva es miembro de la Asociación Colombiana de Actuarios y gerente de la firma Asesorías Actuariales, RSilva@actuarios.org.co