

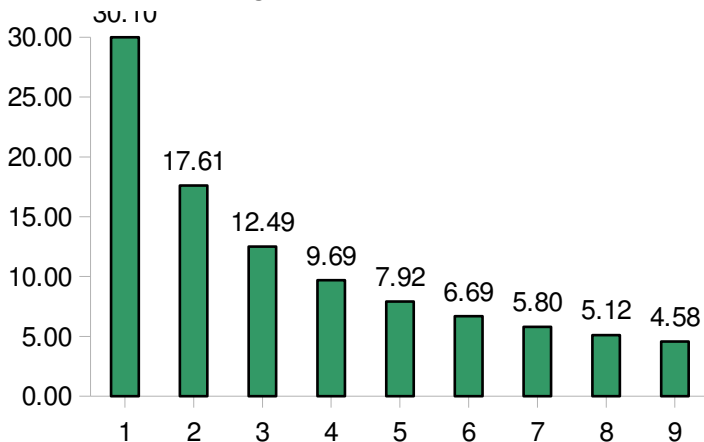
El Fenómeno del Primer Dígito*

Son raras las ocasiones en las se encuentran aplicaciones prácticas originadas en lo que podría llamarse “matemáticas recreacionales”. Son muy pocas las sorpresas que invenciones teóricas suelen tener en la vida real, aunque el asunto funciona de manera inversa: Alguna teoría científica puede llegar a tener connotaciones insospechadas, pero esto no era el objetivo inicial del desarrollo teórico. Este es el caso de la Ley de Benford, que se expondrá brevemente en este artículo.

La intuición diría que si se analiza el primer dígito en una lista de números, cada uno de los dígitos debería tener la misma “frecuencia”, es decir, es decir, en una lista de 900 números es de esperarse que el primer dígito de los números de la lista sea 1 más o menos 100 veces y algo similar debería ocurrir con cualquier otro dígito. En otras palabras, cada dígito debería aparecer 1 de cada 9 veces.

No hay ninguna razón para pensar que hay una preferencia por alguno u otro dígito, pero de manera sorprendente, esto no es así. Los números no deben ser aleatorios, se trata de listas de resultados del censo, estados financieros, los habitantes de las ciudades de un país, es decir, listas de números que estén naturalmente relacionados entre sí, p.ej. los números del directorio telefónico no sirven.

Según esta ley, el número 1 debería aparecer un poco más del 30% de las veces, los siguientes dígitos tienen una frecuencia decreciente (lo cual va en contra de la idea de la frecuencia constante o de que no haya ninguna preferencia por el primer dígito), por ejemplo, el número 7 apenas lo hace el 5.80% de las veces. La fórmula de la frecuencia de aparición del dígito D es $\text{Log}_{10}(1+1/D)$, la gráfica de esta distribución de probabilidad es la siguiente:



Antes de que existieran los computadores, se utilizaban tablas de logaritmos para hacer cálculos numéricos, en 1881 el astrónomo Simon Newcomb se dio cuenta que las primeras hojas de estos libros presentaban más desgaste que las demás, es decir, las primeras hojas (en las cuales aparecen números que empiezan con 1) se utilizaban más. En 1938, Frank Benford llegó a la fórmula que había descubierto Newcomb, por así decirlo, redescubrió este fenómeno.

Esta ley equivale a decir que las matemáticas que utilizamos (que son finalmente, unos símbolos para describir la realidad que nos rodea), siguen la tendencia natural de distribuir de manera uniforme no el valor absoluto de los números, pero sí el orden de magnitud de los mismos, el hecho de utilizar un logaritmo en base 10 es un reflejo del sistema decimal que utilizamos en la actualidad. Por decirlo de alguna manera, dado el sistema decimal que utilizamos, tenemos una preferencia por el número 1.

En la medida en que la lista de números sea más grande, el ajuste a esta ley será más preciso. Esto tiene que ver con la “Ley de los Grandes Números”: Cuanto se repite muchas veces un experimento, los resultados del experimento se acercan al valor teórico.

Gracias a esta Ley, se han detectado fraudes en reportes contables y de impuestos, es decir, este tipo de reportes deberían seguir la ley de Benford, no lo tienen por qué hacer reportes con cifras ficticias. Es así que si Ud. desea seguir un enfoque original a la auditoría de los estados financieros de su compañía, debería revisar si el primer dígito de las cifras de los informes que le presenten, se comporta de acuerdo a la Ley de Benford.

Referencias:

- ✓ Livio, M. “The Golden Ratio, The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number”. New York: Broadway Books, pp 232-236,2002.
- ✓ <http://mathworld.wolfram.com/BenfordsLaw.html>

* Rodrigo Silva, ASA (Associate of the Society of Actuaries) es miembro de la Asociación Colombiana de Actuarios y gerente de la firma Asesorías Actuariales Ltda.